EXAMEN SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

2º BACHILERATO CC.SS.

FECHA: 5 de Octubre 2009
APELLIDOS Y NOMBRE: ______________________________

1. Se considera el sistema *(2,5 pto)*

$$\begin{cases} (a-3)x+by+cz=-5 \\ bx-ay+10z=17 \\ ax+ \quad +z=c+6 \end{cases}$$

Calcular los posibles valores que pueden tomar los valores *a, b y c* para que el sistema tenga por solución x = 1, y = 3, z = -1

Como $x=1$, $y=3$ y $z=-1$ es solución se tiene

$$\begin{cases} (a-3)\cdot 1+3b-c=-5 \\ b-3a-10=17 \\ a-1=c+6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+3b-c=-2 \\ -3a+b=27 \\ a-c=7 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & -2 \\ -3 & 1 & 0 & 27 \\ 1 & 0 & -1 & 7 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{F_2+3F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & 10 & -3 & 21 \\ 0 & -3 & 0 & 9 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & 10 & -3 & 21 \\ 0 & 0 & -9 & 153 \end{array}\right)$$

luego resolviendo $\boxed{c=-17}$ $\boxed{b=-3}$ $\boxed{a=-10}$

2. Dado el sistema de ecuaciones lineales siguiente

$$\begin{cases} -x+ay-2z=-1 \\ x+y-az=-1 \\ x+y+(a+1)z=1-a \end{cases}$$

a. Estudia para qué valores del parámetro a el sistema tiene solución. *(1,5 pto)*

b. Utiliza el método de Gauss para su resolución en el caso $a=2$. *(1,5 pto)*

a) $$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & a & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -a & -1 \\ 1 & 1 & a+1 & 1-a \end{array}\right) \xrightarrow[F_3+F_1]{F_2+F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & a & -2 & -1 \\ 0 & 1+a & -a-2 & -2 \\ 0 & 1+a & a-1 & -a \end{array}\right) \rightarrow$$

$$\xrightarrow{F_3-F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & a & -2 & -1 \\ 0 & 1+a & -a-2 & -2 \\ 0 & 0 & \boxed{2a+1} & 2-a \end{array}\right) \quad (*)$$

- Caso $2a+1=0 \Leftrightarrow a=-\frac{1}{2}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & -\frac{1}{2} & -2 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -2 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{2} \end{array}\right)$$

INCOMPATIBLE
No hay solución

- Caso $a+1=0 \Leftrightarrow a=-1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{array}\right) \Rightarrow \text{INCOMPAT.}$$

- Si $a \neq -1$ y $-\frac{1}{2}$ TIENE SOLUCIÓN

b) Caso $a=2$

Sustituyo en la matriz (*)
y resuelvo

$z=0 \qquad y=-\frac{2}{3} \qquad x=-\frac{1}{3}$

3. En una residencia de ancianos se compran mensualmente 10 kilos de patatas de distintos tipos: nueva, roja y pequeña. El presupuesto destinado para esta compra es de 52,5 € y el precio de cada kilo de patata es de 4€ el de la nueva, 5€ el de la roja y 6€ el de la pequeña. Se sabe que el número de kilos de patata roja es la tercera parte de los kilos de la patata nueva y pequeña juntos. Se pide:

   a) Plantear un sistema de ecuaciones lineales para calcular cuántos kilos de patata de cada clase se compran al mes. *(1,5 pto)*
   b) Resolver el sistema planteado en el apartado anterior por el método de Gauss *(1,5 pto)*

a) x: nº kilos de patata nueva
y: " " " roja
z: " " " pequeña

$$\begin{cases} x+y+z=10 \\ 4x+5y+6z=52'5 \\ y=\dfrac{x+z}{3} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x+y+z=10 \\ 4x+5y+6z=52'5 \\ -x+3y-z=0 \end{cases}$$

Resolver por
⤳ Gauss

$x = 2'5$ kg
$y = 2'5$ kg
$z = 5$ kg

4. ¿Verdadero o falso? Razona claramente las respuestas. *(1,5 pto)*

   a. Un sistema de dos ecuaciones lineales con tres incógnitas puede ser compatible determinado.

   b. Todo sistema de ecuaciones lineales homogéneo (todos los términos independientes cero) tiene solución.

a) Falso, el sistema será si tiene solución compatible indeterminado porque le faltará una ecuación, o Incompatible si no tiene solución, por ejemplo

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+y+z=3 \end{cases}$$

b) Verdadero, porque seguro que al menos $x=y=z=0$ es solución siempre.